



2012

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
(МИИТ)

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ  
КОНФЕРЕНЦИЯ

НЕДЕЛЯ НАУКИ – 2012

«НАУКА МИИТА – ТРАНСПОРТУ»

Т Р У Д Ы

Под общей редакцией  
профессора В.М. Круглова

Москва – 2012

## ОПОРНЫЕ РЕАКЦИИ В БАЛОЧНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

АЛФЕРОВ И.В.

При использовании классических балочных расчетных схем нет возможности учесть фактическое расположение горизонтальной опорной связи. В реальных балках эта связь, как правило, располагается на уровне нижних волокон или даже ниже этого уровня за счет наличия опорной конструкции. С последним обстоятельством связано появление горизонтальной опорной реакции при колебаниях балки.

Для получения численных значений амплитуд горизонтальной опорной реакции при свободных колебаниях используется уточненная конечно-элементная расчетная схема, когда балка моделируется пластинчатыми конечно-элементами.

В работе рассматривались одно- и двухпролетные балки, а также трехпролетные балки переменного сечения. Пролет балки принимался в интервале от 8 до 24 м, высота балки – 1/10 от длины пролета, ширина балки – 20 см. Мате-

риал балки по своим упругим и массовым характеристикам приближен к бетону.

В результате исследования был вычислен коэффициент  $k$  для шарниро-неподвижной опоры, равный отношению горизонтальной составляющей опорной реакции к вертикальной. Для однопролетной балки коэффициент  $k$  несколько превышал 0,5; для двухпролетной балки – 1,4; для балки переменного сечения – 2,2.

Полученные значения  $k$  позволяют сделать вывод о наличии горизонтальной составляющей опорной реакции, которая оказалась больше вертикальной составляющей. Вопрос заслуживает дальнейшего более детального исследования и очевидно представляет интерес при практическом проектировании.

Работа выполнена под руководством профессора Зылева В.Б.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ ЛИНЕЙНОМ И КВАДРАТИЧНОМ ЗАКОНАХ СОПРОТИВЛЕНИЯ

АНДРЕЯНОВА Е.О., БУШН О.Ю., ОЛЕНИЧДИ.

Точка получила в начальный момент времени скорость  $V_0$  и движется при квадратичном законе сопротивления при уменьшении скорости от значения  $V_0$  до  $V_1$ , а при изменении скорости  $V \leq V_1$  точка движется при линейном законе сопротивления. При этом сила сопротивления на первом участке пути пропорциональна квадрату скорости  $R_2 = k_2'V^2$ , а на втором-первой степени  $R_1 = k_1'V$ .

При значении скорости  $V_0 \geq V \geq V_1$ , дифференциальное уравнение движения твердого тела имеет вид:

$$m \frac{dV}{dt} = -k_2'V^2.$$

В результате интегрирования этого уравнения методом разделения переменных с учетом начальных условий найдем законы изменения скорости и расстояния на первом участке движения:

$$V_1 = \frac{1}{k_2't_1 + \frac{1}{V_0}}$$

$$x = \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t), \text{ где } k_1 = \frac{k_1'}{m}.$$

Чтобы найти законы изменения скорости и расстояния на втором участке пути при значении скорости  $V \leq V_1$ , используем дифференциальное уравнение движения для этого участка:

$$m \frac{dV}{dt} = -k_1'V$$

и начальные условия для значений скорости и расстояния в момент времени  $t = t_1$ , когда  $x = x_1$ .

В результате найдем закон изменения скорости:

$$V = V_1 e^{-k_1(t-t_1)}$$

и расстояния:

$$x = \frac{V_1}{k_1} \left( 1 - e^{-k_1(t-t_1)} \right) + \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t_1)$$

Как следствие из полученного закона найдем максимальное расстояние, которое может преодолеть твердое тело в заданных условиях движения:

$$x_{max} = \frac{V_1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t_1) = \frac{V_1}{k_1} + x_1$$

Или же полагая  $k_1 = \frac{1}{\lambda}$

$$x = V_1 \lambda \left( 1 - e^{-\frac{t-t_1}{\lambda}} \right) + \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t_1)$$

Очевидно, что

$$x = \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t_1) = x_1, \text{ при } t = t_1;$$

$$x = V_1 \lambda + \frac{1}{k_2} \ln(1 + k_2 V_0 t_1), \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Так как в момент времени  $t = t_1$ ,  $R_2 = R_1$ , то при  $t = t_1$ ,  $\frac{dV}{dt} = k_2 V_1^2 = k_1 V_1$ , то есть при  $x = x_1$ , никакого скачка в изменении угла наклона касательной на графике движения твердого тела не будет.

Работа выполнена под руководством доцента Назаренко Г.С.